A，B，BR，C，D

平成28年度個別学力検査問題
(国際資源学部，教育文化学部，医学部，理工学部)

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，5ページあり，問題は(1)から(8)まで8題あります。解答用紙は3枚あります。計算用紙(白紙)は1枚あります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　受験する学部によりそれぞれ3題出題されます。国際資源学部は(3)，(4)，(5)，教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1)，(2)，(4)，教育文化学部(理数教育コース)は(1)，(4)，(5)，医学部は(6)，(7)，(8)，理工学部は(3)，(4)，(5)をそれぞれ解答しなさい。

4　監督者の指示に従って，すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

5　1つの解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また，解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入し，その用紙には記入した番号の問題を解答しなさい。

6　解答用紙の表(おもて)に記入しきれない場合は，その裏に記入してもよい。その場合，解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし，解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

7　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

8　試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

（1） 次の問いに答えよ。

(i) 次の式で定義される数列$\{a_n\}$がある。

$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 4n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

次の項を求めよ。

① 第2項から第5項まで

② 一般項a_n

(ii) 次の値を求めよ。

① $(1 + x)^{10}$の展開式におけるx^7の項の係数

② 16^{16}を225で割ったときの余り

（2） $f(x) = x^2 - 3x$とする。次の問いに答えよ。

(i) $-3 \leqq x \leqq 3$における$f(x)$の最大値と最小値を求めよ。

(ii) 点$(3, -4)$から放物線$y = f(x)$に引いた接線の方程式を求めよ。

(iii) 放物線$y = f(x)$と(ii)の接線で囲まれた図形の面積を求めよ。

（3） $f(x)=\log_2(x+1)+\log_2(x-2)-2$，$g(x)=|x(x-2)|$とする。次の問いに答えよ。

(i) 方程式$f(x)=0$を解け。

(ii) 関数$y=g(x)$のグラフの概形をかけ。

(iii) 曲線$y=f(x)$とx軸との交点の座標を$(a,\ 0)$とする。このとき，曲線$y=g(x)$　$(-1\leqq x\leqq a)$とx軸，および2直線$x=-1$，$x=a$で囲まれた図形の面積を求めよ。

（4） aは実数とする。座標平面上に3点$\mathrm{A}(a^3+a-4,\ 5)$，$\mathrm{B}(2a,\ 3)$，$\mathrm{C}(a+1,\ 2)$がある。次の問いに答えよ。

(i) $a=0$のとき，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$に垂直で，大きさが1のベクトルを求めよ。

(ii) $a=0$のとき，△ABCの面積を求めよ。

(iii) 3点A，B，Cが一直線上に並ぶ場合があるか調べよ。

(5) 原点をOとする座標平面上に2点A(1, 0)，B(0, 1)をとり，Oを中心とする半径1の円の第1象限にある部分をCとする。3点P$(x_1,\ y_1)$，Q$(x_2,\ y_2)$，RはCの周上にあり，$2y_1 = y_2$および$\angle\mathrm{AOP} = 4\angle\mathrm{AOR}$を満たすものとする。直線OQと直線$y = 1$の交点をQ′，直線ORと直線$y = 1$の交点をR′とする。$\angle\mathrm{AOP} = \theta$とするとき，次の問いに答えよ。

(i) 点Qの座標をθを用いて表せ。

(ii) 点Q′と点R′の座標をθを用いて表せ。

(iii) 点Pが点Aに限りなく近づくとき，$\dfrac{\mathrm{BR'}}{\mathrm{BQ'}}$の極限を求めよ。ただし，$\displaystyle\lim_{x \to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$であることは用いてよい。

(6) iを虚数単位とする。複素数zが等式$|iz + 3| = |2z - 6|$を満たすとき，次の問いに答えよ。

(i) この等式を満たす点z全体は，どのような図形を表すか答えよ。

(ii) $z - \bar{z} = 0$を満たすzを求めよ。

(iii) $|z + i|$の最大値を求めよ。

(7) 袋Aには白玉3個，黒玉4個，袋Bには白玉3個，黒玉2個が入っている。このとき，次の操作(＊)を行う。

(＊) $\left[\begin{array}{l}\text{はじめに袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ，そのあとよくか} \\ \text{き混ぜてから，袋Bから1個の玉を取り出して袋Aに入れる。}\end{array}\right.$

次の問いに答えよ。

(i) 操作(＊)のあとで，袋Aから玉を1個取り出すとき，それが白玉である確率を求めよ。

(ii) 操作(＊)のあとで，袋Aから玉を1個取り出したら白玉であったという条件のもとで，袋Bの中の白玉が2個である確率を求めよ。

(iii) 操作(＊)のあとで，1枚の硬貨を投げて，表が出たら袋Aにだけ白玉を1個入れ，裏が出たら袋Bにだけ白玉1個を入れる。このとき，袋Aから玉を1個取り出したら白玉であったという条件のもとで，白玉が入れられたのは袋Aである確率を求めよ。

（8） $b > 0,\ a = 2\sqrt{3}\,b$ とし，原点を O とする座標平面上の楕円（だ）円 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ を E とする。楕円 E 上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の媒介変数表示は $x = a\cos\theta,\ y = b\sin\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ で与えられる。次の問いに答えよ。

(i) 点 P で楕円 E と共通の接線をもつ円を考える。このような円のうち，不等式 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \geqq 1$ の表す領域内にある円を C とする。円 C の半径を $r(\theta)$ とするとき，C の中心を θ と $r(\theta)$ を用いて表せ。

(ii) $2d = 11b$ とし，4 つの頂点が $(d,\ d)$，$(-d,\ d)$，$(-d,\ -d)$，$(d,\ -d)$ である正方形 F を考える。点 P が楕円 E 上を動くとき，(i)の円 C の中心は正方形 F の周上を動くとする。このとき，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ に対して，C の半径 $r(\theta)$ を求めよ。

(iii) (ii) の $r(\theta)$ の $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における最大値は $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}b$ であることを示せ。