

A, B, BR, C, D

平成 30 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 5 ページあり, 問題は (1) から (9) まで 9 題あります。解答用紙は 4 枚あります。計算用紙(白紙)は 2 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部等により, それぞれ以下の 4 題が出題されます。
国際資源学部は (1), (4), (5), (6)
教育文化学部(理 数教育コースを除く)は (1), (2), (3), (4)
教育文化学部(理 数教育コース)は (1), (4), (5), (6)
医学部は (6), (7), (8), (9)
理工学部は (1), (4), (5), (6)
をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 枚の解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された () 内に解答する問題の番号を記入しなさい。
- 6 解答用紙の表に記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えよ。

(i) 方程式 $x^3 + ax^2 + 26x - 24 = 0$ が $x = 2$ を解にもつとき、定数 a の値を求めよ。また、他の解をすべて求めよ。

(ii) 3本の当たりくじを含む10本のくじがある。最初に1本引き、もとに戻さないで次に1本引くとき、2本とも当たる確率を求めよ。

(iii) 次の3つの値の大小を、不等号 $<$ を用いて表せ。

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{7}{2}, \quad \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{11}, \quad \log_{\frac{1}{2}} \frac{10}{3}$$

(iv) 次の和を求めよ。

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 20 \cdot 21$$

(2) 放物線 $C: y = 2x^2$ とその接線について、次の問いに答えよ。

(i) 点 $(t, 2t^2)$ における接線の方程式を、 t を用いて表せ。

(ii) 点 $(0, -2)$ を通る2本の接線の方程式を求めよ。

(iii) 放物線 C と (ii) の2本の接線とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(3) xy 平面上で、連立不等式 $2x + y \geq -8$, $x - y \leq 2$, $y \leq 2$ の表す領域を D とする。次の問いに答えよ。

(i) 領域 D を図示せよ。

(ii) 領域 D 内の点 (x, y) に対して、 $x + 2y$ の最小値を求めよ。

(iii) 円 $x^2 + 2x + y^2 = k$ 上のすべての点が領域 D に含まれるような定数 k について、その k の最大値を求めよ。

(4) 原点を O とする座標平面上に2点 $A(2, 1)$, $B(1, 2)$ をとる。次の問いに答えよ。

(i) 点 $C(3, 4)$ に対して、 \overrightarrow{OC} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} を用いて表せ。

(ii) 点 D を $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}$ (t は実数) を満たす点とする。 \overrightarrow{AD} と \overrightarrow{OA} が直交するように t の値を定めよ。

(iii) 点 P を直線 OA 上の点とする。(ii) で定めた点 D に対して、 \overrightarrow{OD} と \overrightarrow{DP} の内積が負となるような点 P の存在範囲を座標平面上に図示せよ。

(5) $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ とする。次の問いに答えよ。

(i) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、 $f(x) = -1$ を満たす x の値を求めよ。

(ii) $y = f(x)$ のグラフが、 $y = a \sin x$ のグラフを x 軸方向に b だけ平行移動したグラフになるとき、定数 a, b の値を1組求めよ。ただし、 $a > 0$ かつ $-\pi < b \leq \pi$ とする。

(iii) 定数 c, d に対して、 $g(x) = c \sin x + d \cos x$ とする。どのような x に対しても $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 4$ が成り立つように、定数 c, d の値を2組定めよ。

(6) 関数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ について、次の問いに答えよ。

(i) $f(x)$ の極値と、そのときの x の値を求めよ。

(ii) $y = f(x)$ のグラフの各点における接線を考える。点 $(a, f(a))$ における接線に対して、これと平行な接線が他に3本存在するように、定数 a の値の範囲を定めよ。ただし、 $y = f(x)$ のグラフのどの接線も、2つ以上の接点をもたないことがわかっている。

(7) 1 から 20 までの番号が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードが箱に入っている。箱から 1 枚ずつカードを取り出す。ただし、取り出したカードはもとに戻さない。次の問いに答えよ。

(i) 続けて 5 枚取り出すとき、カードの番号が、偶数、奇数、偶数、偶数、奇数の順番となる確率を求めよ。

(ii) 続けて 5 枚取り出すとき、そのうちちょうど 3 枚のカードの番号が偶数となる確率を求めよ。

(iii) 奇数番号のカードのうち 3 枚、偶数番号のカードのうち 6 枚が、赤く塗られているとする。この 20 枚のカードから続けて 3 枚取り出したところ、ちょうど 2 枚が赤であった。このとき、カードの番号が、偶数、奇数、偶数の順番で取り出された確率を求めよ。

(8) 複素数 α が $\alpha^2 + \alpha + 2 = 0$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(i) $(\alpha^3 - 2\alpha^2 - 1)(\alpha^4 - 2\alpha^3 - 5\alpha + 5) = A\alpha + B$ を満たす実数 A, B の値を 1 組求めよ。

(ii) $\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2 - 1}{\alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 - \alpha^2 - \alpha - 1} = C\alpha + D$ を満たす実数 C, D の値を 1 組求めよ。

(9) 複素数 z_1, z_2 が $|z_1| = |z_2| = 1$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(i) $z_1 + z_2 = \frac{3}{2}$ を満たす z_1, z_2 を求めよ。

(ii) $z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)$ を満たす z_1, z_2 を求めよ。

(iii) 複素数 α を $|\alpha| = 1$ を満たす定数とする。このとき、 $z_1 + z_2 = 2 + \alpha$ を満たす z_1, z_2 が存在するような α について、そのような α 全体が複素数平面上に描く図形を図示せよ。