B

平成25年度個別学力検査問題(医学部)

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，2ページあり，問題は(1)から(3)まで3題あります。解答用紙は3枚あります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，解答用紙の表と裏の該当箇所に記入しなさい。解答用紙の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

5　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 関数$f_n(x)$ $(x \geqq 0)$を

$$f_1(x) = |x-1|,\ f_{n+1}(x) = |f_n(x) - (n+1)| \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

で定める。次の問いに答えよ。

(i) 関数$y = f_2(x)$と$y = f_3(x)$のグラフをかけ。

(ii) $a_n = f_n(0)$とおく。数列$\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$の一般項を求めよ。

(iii) $f_n(\alpha) = 0$を満たすαに対し，

$$f_{n-i}(\alpha) = in - \frac{i(i-1)}{2} \quad (i = 1, 2, 3, \cdots\cdots, n-1)$$

が成立することを証明せよ。

(iv) $f_n(\alpha) = 0$を満たすαをnの式で表せ。

(2) kを整数とし，$0 \leqq x \leqq \pi$において，$f(x) = e^x \sin\{(4k+1)x\}$，$g(x) = e^x \sin x$とする。このとき，次の問いに答えよ。

(i) $k = 2$のとき，2つの曲線$y = f(x)$，$y = g(x)$の共有点のx座標を求めよ。

(ii) $k = -1$のとき，2つの曲線$y = f(x)$，$y = g(x)$で囲まれた図形の面積を求めよ。

(iii) 任意の整数kに対して，2つの曲線$y = f(x)$，$y = g(x)$の共有点のうちに，その点におけるそれぞれの曲線の接線が一致するものがあることを示せ。

(3) 空間内の点P(1, −1, −2)を出発して，3点Q, R, Sで向きを変えてもとの点Pに戻る折れ線PQRSPを，$\overrightarrow{PQ}=(-2,\ 4,\ 5)$，$\overrightarrow{QR}=(2,\ 1,\ 1)$，$\overrightarrow{RS}=(-3,\ -4,\ -2)$となるように定める。このとき，次の問いに答えよ。

(i) 点Q, R, Sの座標をそれぞれ求めよ。

(ii) 平面上の点P′, Q′, R′, S′を，それぞれ点P, Q, R, Sのx, y座標を取り出して得られる点とする。例えば，点P′の座標は(1, −1)となる。このとき，平面上の線分P′Q′と線分R′S′の交点M′を求めよ。

(iii) 線分PQ上の点M_1と線分RS上の点M_2を，M_1のx, y座標がM_2のx, y座標とそれぞれ等しくなる点とする。2点M_1, M_2間の距離を求めよ。

(iv) 空間内の点Xが，点Qを出発して点Pまで，Q→R→S→Pの順に折れ線上を動く。点Xから直線PQ上に垂線を引き，その交点をHとする。点Hが$\overrightarrow{PQ}$と同じ向きに動いた距離の総和と，逆の向きに動いた距離の総和を，それぞれ求めよ。