

A, B, BR, C, D

平成 26 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 4 ページあり, 問題は(1)から(6)まで 6 題あります。解答用紙は 3 枚あります。計算用紙(白紙)は 1 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部によりそれぞれ 3 題出題されます。国際資源学部は(1), (3), (6), 教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (3), (4), 教育文化学部(理数教育コース)は(1), (3), (6), 医学部は(2), (5), (6), 理工学部は(1), (3), (6)をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 枚の解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された()内に解答する問題の番号を記入しなさい。解答を表面に記入しきれない場合は, その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 6 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 7 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 社員の3人は、月曜、火曜、水曜の三日間連続して、会社近くの3つの飲食店のいずれかで昼食をとる。いずれの曜日も、3人は互いに独立に3店から1つを無作為に選ぶ。次の問いに答えよ。

(i) 月曜に次の事象が起こる確率をそれぞれ求めよ。

- ① 3人の選ぶ店が互いにすべて異なる
- ② 3人全員が同じ店を選ぶ
- ③ 2人は同じ店を選び、1人だけ別の店を選ぶ

(ii) 月曜、火曜の連続した二日間で、火曜にはじめて3人全員が同じ店を選ぶ確率を求めよ。

(iii) 月曜、火曜、水曜の連続した三日間で、少なくとも1日は3人全員が同じ店を選ぶ確率を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

(i) 次の式を、実数の範囲で因数分解せよ。

$$6(x+3)(x+4)(x+6)(x+8) - (x+1)(x+2)(x+12)(x+24)$$

(ii) n を自然数、 A 、 B を整数とする。多項式 $x^{2n} - 4x^8 + Ax + B$ が $x^2 - x + 1$ で割り切れるように、 A 、 B の値を定めよ。

- (3) 条件 $a_1 = 0$, $a_{n+1} = 4a_n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。関数 $f_n(x)$ と $g(x)$ が

$$f_n(x) = a_n x^2 + a_n + 1$$

$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$$

で定義されるとき、次の問いに答えよ。

- (i) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。
- (ii) 関数 $y = |f_2(x) - g(x)|$ のグラフをかけ。また、 $-3 \leq x \leq 3$ の範囲で y の値の最大値とそのときの x の値を求めよ。

- (4) 次の問いに答えよ。

- (i) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。また、 $\sin 8\theta$ の値を求めよ。

- (ii) $t = \cos \theta$ とおく。関数 $y = -\frac{8}{9} \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{4}{9} \sin^2 \theta + \frac{1}{2}$ を t の関数として表せ。

- (iii) (ii) の関数 y の $0 \leq \theta < 2\pi$ における最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

(5) 0以上の整数 n に対して,

$$g_n(x) = e^{-n}(x-n)(n+1-x)$$

とおく。次の問いに答えよ。

(i) $n \leq x \leq n+1$ において、曲線 $y = g_n(x)$ 上の点 $(a, g_n(a))$ における接線の傾きが $-g_n(a)$ となる a を求めよ。

(ii) $f(x) = ce^{-x}$ ($c > 0$) とおく。曲線 $y = f(x)$ が曲線 $y = g_n(x)$ と共有点をもち、その点におけるそれぞれの曲線の接線が一致するような c を求めよ。

(iii) 曲線 $y = g_n(x)$ と(ii)で求めた曲線 $y = f(x)$ の共有点を P_n とし、点 P_n における $y = f(x)$ の接線を l_n とする。また、 l_n と x 軸との交点を Q_n とする。曲線 $y = f(x)$ と接線 l_n 、および点 Q_n を通り y 軸に平行な直線で囲まれた部分の面積を S_n とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_0 + S_1 + \cdots + S_n)$ を求めよ。

(6) 原点 O を中心とする半径 1 の円 C 上の点を P とし、線分 OP と x 軸の正の向きとのなす角を θ とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。また、 C 上の点 Q を、線分 OQ と x 軸の正の向きとのなす角が $\frac{\theta}{2}$ となる点とする。このとき、次の問いに答えよ。

(i) 直線 OQ と直線 $x = 1$ との交点を $(1, t)$ とするとき、 P の座標を t を用いて表せ。

(ii) P から x 軸におろした垂線の交点を H とする。 $\triangle OPH$ の三辺の長さの和を θ で表す関数を $r(\theta)$ とするとき、関数 $y = \frac{1}{r(\theta)}$ のグラフをかけ。ただし、横軸に θ 、縦軸に y をとるものとする。

(iii) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{r(\theta)} d\theta$ を求めよ。