

令和 5 年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は, 8 ページあり, 問題は(1)から(8)まで8題あります。解答用紙は4枚あります。計算用紙(白紙)は2枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部等により, それぞれ以下の4題が出題されます。
国際資源学部は(1), (3), (4), (5)
教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), (4)
教育文化学部(理数教育コース)は(1), (3), (4), (5)
医学部は(5), (6), (7), (8)
理工学部は(1), (3), (4), (5)
をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号と氏名を記入しなさい。
- 5 1枚の解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された()内に解答する問題の番号を記入しなさい。
- 6 解答用紙の表に記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えなさい。

(i) $AB = 8$, $BC = 6$, $CA = 7$ の $\triangle ABC$ において、辺 AC について点 B と対称な点を B' とする。四角形 $ABCB'$ の対角線 BB' の長さを求めなさい。

(ii) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^6 \left(x - \frac{1}{2}\right)^6$ を展開したときの x^8 の係数を求めなさい。

(iii) 生徒 15 人の 10 点満点で実施した漢字テストの点数について、平均値が 6 点、分散が 2 であった。その後、ほかの生徒 5 人に対して、同じテストを追加で実施したところ、次のような点数となった。

5, 3, 9, 7, 6 (点)

この生徒 20 人のテストの点数の分散を求めなさい。

(2) 放物線 $C: y = x^2 - 4x + 3$ がある。次の問いに答えなさい。

(i) 放物線 C 上の x 座標が 1 である点における接線の方程式、および x 座標が 5 である点における接線の方程式をそれぞれ求めなさい。

(ii) 放物線 C と (i) の 2 つの接線とで囲まれた部分の面積を求めなさい。

(3) 1から9までの番号が1つずつ書かれた9枚のカードが箱に入っている。箱から同時に2枚のカードを取り出し、取り出した2枚のカードの番号の和を S とする。次の問いに答えなさい。

(i) S が3の倍数になる確率を求めなさい。

(ii) S が素数になる確率を求めなさい。

(iii) $\sqrt{S^2 + 36}$ が整数になる確率を求めなさい。

(4) 座標平面上に3点 $A(1, 1)$, $B(4, 5)$, $C(6, 1)$ をとる。次の問いに答えなさい。

(i) 線分 AB を $2 : 1$ に外分する点 D の座標を求めなさい。

(ii) (i) の点 D を通り, $\vec{u} = (1, -2)$ を方向ベクトルとする直線を l とする。媒介変数 t を用いた l の媒介変数表示を求めなさい。ただし, $t = 0$ のときの点を D とする。また, 媒介変数を消去した式も求めなさい。

(iii) 点 P が (ii) の直線 l 上にあるとする。 \vec{BP} と \vec{CP} の内積が \vec{AB} と \vec{AC} の内積と等しいとき, P の座標を求めなさい。

(5) 座標平面上に媒介変数 θ を用いて

$$x = 2 \cos \theta, \quad y = 1 + \sin \theta$$

と表される曲線 C がある。次の問いに答えなさい。

- (i) 媒介変数 θ を消去して x と y の関係式を求めなさい。
- (ii) $\theta = \frac{\pi}{6}$ に対応する点における C の接線 l の方程式を求めなさい。
- (iii) 曲線 C と (ii) の接線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

- (6) 2個の文字 a, b から重複を許して n 個 ($n = 1, 2, 3, \dots$) 選んで一列に並べたものを「長さ n の文字列」と呼ぶ。長さ n の文字列 S が、長さ n 未満の文字列 S' をくり返し m 回 ($m = 2, 3, \dots$) 用いて

$$S = S' S' \dots S' \quad \dots (*)$$

と表現できるとき、 S を「くり返し列」と呼ぶ。長さ n 未満のどのような文字列 S' を用いても $(*)$ の形で表現できないとき、 S を「非くり返し列」と呼ぶ。たとえば、長さ 6 の文字列 $ababab$ は長さ 2 の文字列 ab の 3 回のくり返しで表現できるのでくり返し列であり、長さ 5 の文字列 $babab$ は非くり返し列である。次の問いに答えなさい。

- (i) 長さ 3 の非くり返し列の個数を求めなさい。
- (ii) 長さ 6 の非くり返し列の個数を求めなさい。
- (iii) 長さ 8 の非くり返し列の個数を求めなさい。

(7) a は実数とする。座標平面上において、点 $(a, 0)$ を中心とする半径 1 の円を C とする。次の問いに答えなさい。

(i) $a = 0$ とし、 θ は $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとする。円 C と 2 直線 $x = \cos \theta$, $x = -\sin \theta$ で囲まれた部分の面積の最大値と、そのときの θ の値を求めなさい。

(ii) a は $0 \leq a \leq 1$ を満たすとする。円 C と 2 直線 $x = 0$, $x = 1$ で囲まれた部分の面積の最大値と、そのときの a の値を求めなさい。

- (8) 原点を O とする座標空間において、点 $P_n, Q_n, R_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ は以下を満たすとする。

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP_1} &= (1, 0, 2), \quad \overrightarrow{OQ_1} = (-2, 1, 1), \quad \overrightarrow{OR_1} = (-2, -5, 1), \\ \overrightarrow{OP_{n+1}} &= \overrightarrow{OP_n} - 3\overrightarrow{OR_n}, \quad \overrightarrow{OQ_{n+1}} = \overrightarrow{OP_n} - \overrightarrow{OR_n}, \quad \overrightarrow{OR_{n+1}} = \overrightarrow{OQ_n} - \overrightarrow{OR_n}\end{aligned}$$

次の問いに答えなさい。

- (i) ベクトル $\overrightarrow{OP_4} + \overrightarrow{OQ_4} + \overrightarrow{OR_4}$ の大きさを求めなさい。

- (ii) ベクトル $\sum_{k=1}^{30} (\overrightarrow{OP_k} + \overrightarrow{OQ_k} + \overrightarrow{OR_k})$ を成分で表しなさい。