令和6年度個別学力検査問題
(国際資源学部，教育文化学部，医学部，理工学部)

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，8ページあり，問題は(1)から(8)まで8題あります。解答用紙は4枚あります。計算用紙(白紙)は2枚あります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　受験する学部等により，それぞれ以下の4題が出題されます。

　国際資源学部は(1)，(3)，(4)，(5)

　教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1)，(2)，(3)，(4)

　教育文化学部(理数教育コース)は(1)，(3)，(4)，(5)

　医学部は(5)，(6)，(7)，(8)

　理工学部は(1)，(3)，(4)，(5)

をそれぞれ解答しなさい。

4　監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号と氏名を記入しなさい。

5　1枚の解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また，解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入しなさい。

6　解答用紙の表(おもて)に記入しきれない場合は，その裏に記入してもよい。その場合，解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし，解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

7　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

8　試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(１) 次の問いに答えなさい。

(i) 数列 -14，-10，-2，10，26，46，…… の一般項を求めなさい。

(ii) 大，中，小３個のさいころを同時に投げるとき，目の積が４の倍数となる場合は何通りあるか求めなさい。

(iii) 変量 x についてのデータの値が，３個の値 a，b，c であり，これらの平均値が５，標準偏差が２であるとき，$a^2+b^2+c^2$ の値と $ab+bc+ca$ の値を求めなさい。

(２) 座標平面において，次の問いに答えなさい。

(i) ２点A(６，５)，B(－２，１)を結ぶ線分ABの垂直二等分線の方程式を求めなさい。

(ii) ３点A(０，２)，B(－４，－６)，C(１，－１)に対して，△ABCの内部(境界線を含む)を表す不等式を求めなさい。

(iii) ２点B(－４，－２)，C(６，－４)に対して，点Aは△ABCの外心が辺BC上に存在するように動くとする。このとき，点Aの軌跡を求めなさい。

(３)　aを実数の定数とするとき，関数$y = 2\cos 2\theta + 4\cos\theta + a + 3$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$について，次の問いに答えなさい。

(i)　$x = 2\cos\theta$として，yをxの関数で表しなさい。

(ii)　関数yの最大値と最小値をそれぞれ求めなさい。

(iii)　$a = 0$のとき，$y = 0$を満たすθを求めなさい。

(iv)　$y = 0$を満たすθの個数が２個であるとき，aのとりうる値の範囲を求めなさい。

(4) 座標空間に4点O(0, 0, 0), A(0, 0, 4), B(3, 0, 0), C(0, 4, 0)を頂点とする四面体OABCがある。次の問いに答えなさい。

(i) $\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{0}$ を満たす点Rに対して，$\overrightarrow{AR}$ を成分で表しなさい。

(ii) 点Oから辺BCに垂線OHを下ろす。実数a，bに対して，
$\overrightarrow{AH} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ が成り立つとき，aとbの値を求めなさい。

(iii) △AOB，△AOCの内心をそれぞれP，Qとし，辺BCの中点をMとする。
このとき，内積 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ を求めなさい。

(5) 関数$f(x)=-x\sqrt{2x+1}\ \left(-\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 0\right)$について，次の問いに答えなさい。

(i) 関数$f(x)$の極値を求めなさい。

(ii) 曲線$y=f(x)$において，傾きが1である接線の方程式を求めなさい。

(iii) 曲線$y=f(x)$とx軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

(６)　２個の文字 a，b から重複を許して n 個（$n=1，2，3，……$）選んで一列に並べたものを「長さ n の文字列」と呼ぶ。各 $k=0，1，2，……$ に対して，長さ 2^k の文字列 S_k を次のように定義する。

$$S_0=\mathrm{a},\qquad S_{k+1}=S_kf(S_k)$$

ただし，$f(S_k)$ は文字列 S_k 中に現れる a を b に，b を a にそれぞれ置き換えて得られる文字列である。たとえば，$S_1=S_0f(S_0)=\mathrm{a}f(\mathrm{a})=\mathrm{ab}$ であり，$S_2=S_1f(S_1)=\mathrm{ab}f(\mathrm{ab})=\mathrm{abba}$ である。次の問いに答えなさい。

(i)　文字列 S_3 を求めなさい。

(ii)　各 $k=1，2，3，……$ について，文字列 S_k の最後の２文字は ab か ba になることを示しなさい。

(iii)　各 $k=2，3，4，……$ について，文字列 S_k 中に，a が３回連続して現れることも，b が３回連続して現れることもないことを示しなさい。

(7)　1から4までの番号が1つずつ書かれた4枚のカードが箱に入っている。箱からカードを1枚引いて，カードの番号を見て箱へ戻す。これを8回くり返し，n 回目に引いたカードの番号を c_n とする。i を虚数単位とするとき，$i^{c_1} + i^{c_2} + \cdots\cdots + i^{c_8}$ の実部を a，虚部を b とする。次の問いに答えなさい。

(i)　$a = b = 0$ となる確率を求めなさい。

(ii)　$a \geqq 0$ かつ $b > 0$ となる確率を求めなさい。

（8） 複素数平面において，i を虚数単位とするとき，次の問いに答えなさい。

(i) $z + i\bar{z} = 1 + i$ を満たす複素数 z の全体の集合と $|z| = |z - \alpha|$ を満たす複素数 z の全体の集合が等しいとき，複素数 α を求めなさい。

(ii) 複素数 z が $z + i\bar{z} = 1 + i$ を満たすとき，3点 0，$\dfrac{1}{z}$，$\dfrac{1 + \sqrt{3}\,i}{2z}$ がつくる三角形の面積の最大値を求めなさい。

(iii) 複素数 z が $z + i\bar{z} = 1 + i$ を満たすとき，3点 3，$\dfrac{1}{z}$，$\dfrac{1}{z} + 1 + i$ がつくる三角形の面積の最小値を求めなさい。